

# Sismologie

Cyril Langlois

18 mai 2007

# 1 Ondes sismiques

## 1.1 Caractéristiques des ondes sismiques

Sismomètres d'hier et d'aujourd'hui

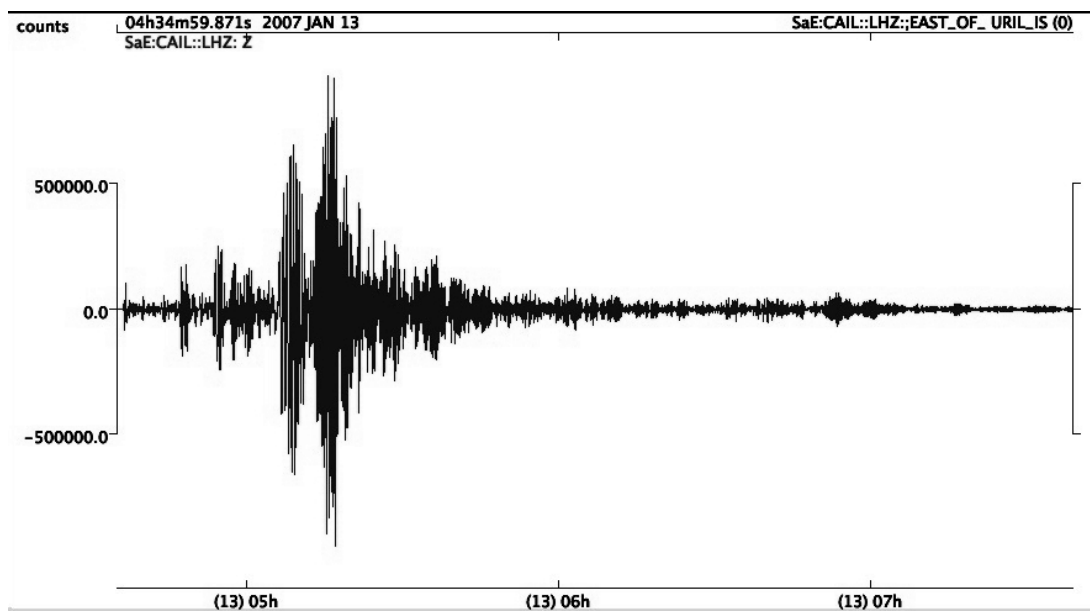


« Sismographe » de Zhang Heng, 132 ap. J.-C., Chine



Capteur sismique trois composantes actuel

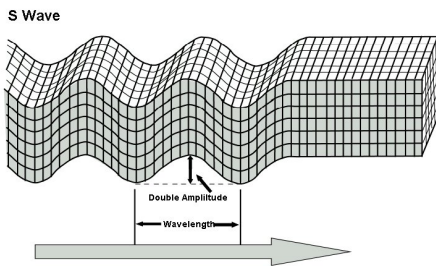
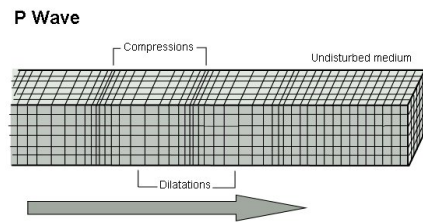
## Examen d'un sismogramme



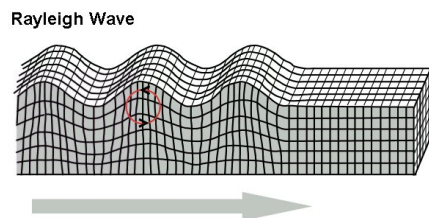
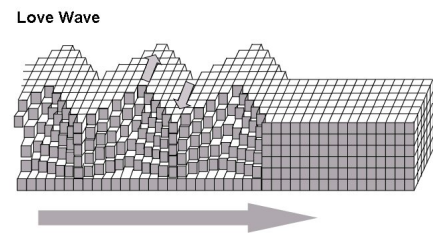
îles Kouriles du 13/01/2007,  $M_w = 8,2$

Séisme des

Ondes de volume : compression (P) et cisaillement (S).



Ondes de surface : ondes de Love (L) et de Rayleigh (R).



## 1.2 Trajectoires des ondes et dispersion

### Lois de Snell-Descartes

- En symétrie plane, à l'interface de deux couches 1 et 2 de vitesses différentes ( $V_1 \leq V_2$ ), le rai sismique incident, arrivant sous l'angle  $i_1$  par rapport à la normale au plan, est réfracté dans la couche 2 avec l'angle  $i_2$  tel que :

$$\frac{\sin(i_1)}{V_1} = \frac{\sin(i_2)}{V_2} = p$$

$p$  est le paramètre du rai.

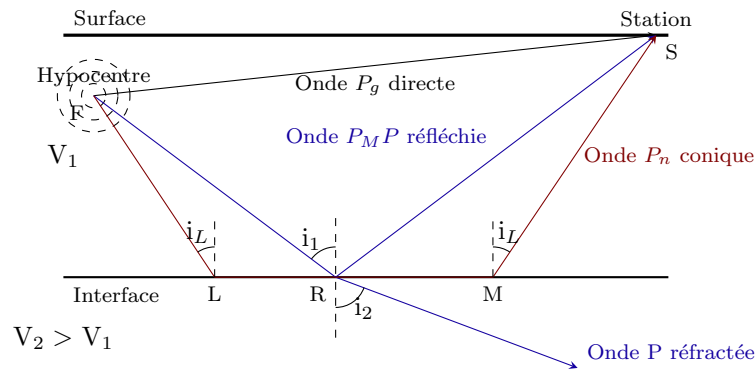
- Dans une Terre sphérique, l'angle d'incidence du rai sismique varie d'une interface à l'autre. La loi de Snell-Descartes devient :

$$\frac{r_1 \times \sin(i_1)}{V_1} = \frac{r_2 \times \sin(i_2)}{V_2} \text{ à une interface ; } \frac{r_0 \times \sin(i_0)}{V_1} = \frac{r_1 \times \sin(i_1)}{V_1} \text{ dans une couche.}$$

$$\frac{r \times \sin(i)}{V} = \text{constante} = p$$

## Réflexion et réfraction des ondes

Milieu horizontal, profondeur du réflecteur (le Moho)  $H$ .



## Hodochrones

Milieu bi-couche horizontal, séisme superficiel, distance épacentrale  $\Delta$ , profondeur du réflecteur (le Moho)  $H$ .

L'onde directe arrive à  $t_{P_g} = \frac{\Delta}{V_1}$

L'onde réfléchie arrive à :

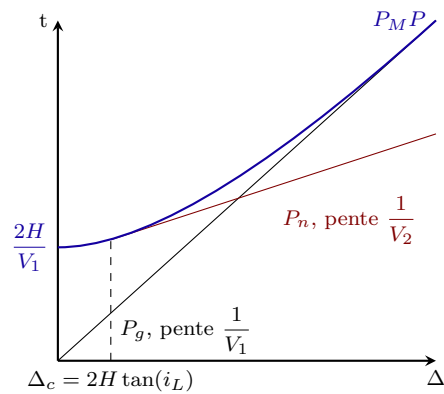
$$t_{PMP} = \frac{FR}{V_1} + \frac{RS}{V_1}$$

$$t_{PMP} = \frac{2 \times (H^2 + \Delta^2/4)}{V_1}$$

$FL = MS = H / \cos(i_L)$  et  $LM = \Delta - 2H \times \tan(i_L)$

L'onde conique arrive à :

$$t_{P_n} = \frac{2 \times H}{V_1} \times \sqrt{1 - \frac{V_1}{V_2} + \frac{\Delta}{V_2}}$$



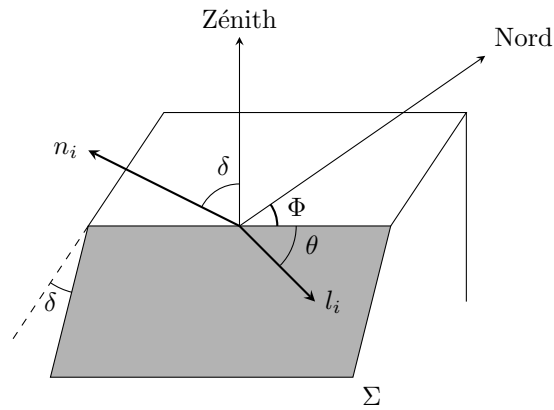
## Ondes enregistrées et distance à la source



## 2 Le phénomène sismique

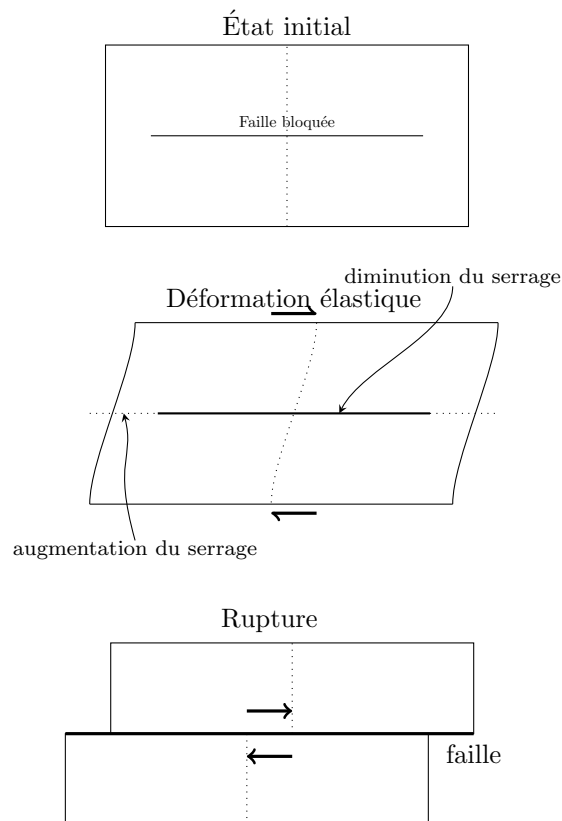
### 2.1 Sources sismiques

#### Faille et dislocation



$\Sigma$ , surface de la faille.  $\Phi$ , direction,  $\delta$  pendage de la faille.  
 $\theta$ , angle du mouvement sur  $\Sigma$  (*pitch* des stries).

#### Modèle du rebond élastique

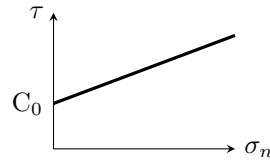
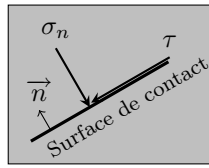


#### Condition de glissement : critère de Coulomb

- Sur une surface de glissement entre deux solides, on définit la *contrainte normale* à la surface,  $\sigma_n$  et la *contrainte cisailante*,  $\tau$ .
- Le glissement sur la surface se produit pour une contrainte cisailante limite,  $\tau_c$ , telle que :

$$\tau_c = C_0 + \mu \times \sigma_n$$

Avec  $\mu$  le coefficient de frottement interne et  $C_0$  la cohésion.



### Coefficient de friction limite et glissement

- Quand  $\tau \geq \tau_c$ , il y a *glissement* entre les deux blocs.
- On définit la *contrainte de Coulomb (CFS)* par :

$$CFS = \tau - \tau_c = \tau - \mu_s \times \sigma_n$$

- Les expériences de laboratoire permettent de définir le *coefficient de friction limite*  $\mu_s$  :

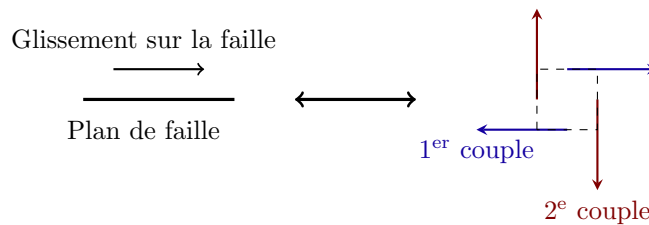
$$\mu_s = \frac{\tau_c}{\sigma_n}$$

- Donc :

$$\mu_s = \mu + \frac{C_0}{\sigma_n}$$

### Équivalence dislocation - double couple de forces

- Une dislocation constitue une coupure non-élastique dans le milieu élastique.
- On démontre qu'elle équivaut à l'action de deux couples de forces dans un milieu sans coupure.



### Moment sismique

#### Définition du moment sismique $M_0$

$$M_0 = \mu \times \Delta u \times S$$

Avec :

- $\mu$  le module de cisaillement ;
- $\Delta u$  le déplacement sur la faille ;
- $S$  la surface de faille affectée par le glissement.

Le moment sismique est le moment de chacun des deux couples de forces. Il s'exprime en N.m.

*Le moment sismique est liée à l'énergie dégagée par le séisme.*

### Déplacement créé par une dislocation

Le rayonnement sismique d'une dislocation peut se calculer comme la superposition des rayonnements dus à chaque couple de forces (problème linéaire).

le déplacement  $u$  créé à une distance  $r$  par une dislocation dans un milieu homogène, isotrope et élastique se décompose en :

- Une déformation permanente, décroissant rapidement en  $\frac{M_0}{r^4}$ , dite de « *champ proche* » ;
- Une déformation transitoire (émission d'ondes P et S) décroissant en  $\frac{M_0}{r^2}$ , dite de *champ intermédiaire* ;
- Un déplacement de « *champ lointain* » en  $\frac{1}{r} \times \frac{dM_0}{dt}$ , se propageant à grande distance (ondes P et S).

### Déplacement créé par une dislocation

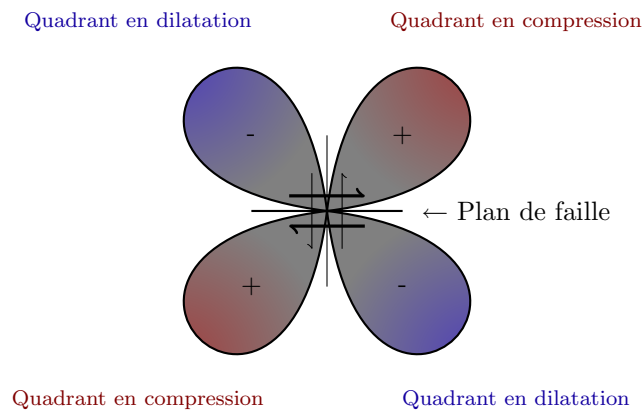
Le déplacement  $u$  créé à une distance  $r$  par une dislocation dans un milieu homogène, isotrope et élastique, s'écrit :

$$u = \frac{1}{4\pi} \times \frac{A^{NF}}{r^4} \int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau \times M_0(t - \tau) \times d\tau$$

$$+ \frac{1}{4\pi\rho\alpha^2} \frac{A^{IP}}{r^2} \times M_0\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) + \frac{1}{4\pi\rho\beta^2} \frac{A^{IS}}{r^2} \times M_0\left(t - \frac{r}{\beta}\right)$$

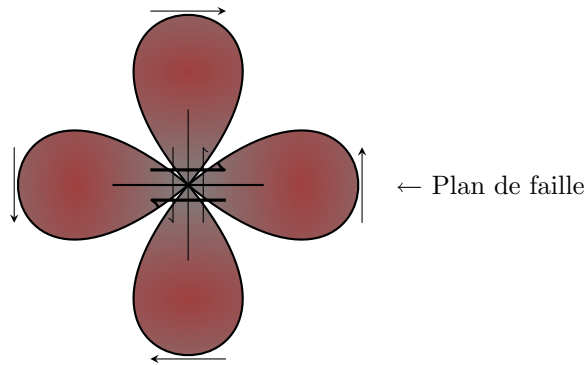
$$+ \frac{1}{4\pi\rho\alpha^3} \frac{A^{FP}}{r} \times \frac{dM_0\left(t - \frac{r}{\alpha}\right)}{dt} + \frac{1}{4\pi\rho\beta^3} \frac{A^{FS}}{r} \times \frac{dM_0\left(t - \frac{r}{\beta}\right)}{dt}$$

### Diagramme de rayonnement des ondes P



### Diagramme de rayonnement des ondes S





### Déplacement en champ lointain

- Le champ lointain  $u^{FF}$  est proportionnel à  $\dot{M}_0$ .
- Par conséquent, une *faille glissant lentement ne crée pas ou peu d'ondes P et S*.
- La présence de l'interface croûte - atmosphère (très fort gradient de vitesse) conduit à la réflexion des ondes P et S sur cette surface.
- Les ondes P et S réfléchies et incidentes sur cette interface interfèrent, créant les ondes L et R, « piégées » près de la surface.
- Les ondes de surface sont  $\propto \dot{M}_0$  et  $\propto \frac{1}{\sqrt{r}}$ .
- les ondes de surface arrivent donc *après les ondes de volume* et dominent l'enregistrement sismique à grande distance.

### Indétermination du plan de dislocation

- Le champ de déplacement créé par une dislocation est identique à celui produit par une dislocation perpendiculaire de glissement opposé (senestre au lieu de dextre, p.ex.), car ces *deux dislocations correspondent au même double couple de forces*.
- Les deux plans correspondant à ces deux dislocations possibles sont appelés *plan nodaux*.
- Si l'on assimile la source sismique à une dislocation ponctuelle unique, le champ de déplacement ne permet pas de déterminer lequel des deux plans nodaux porte la dislocation.

### Spectre des ondes P et moment sismique

En champ lointain, le déplacement dû aux ondes P s'écrit :

$$u = \frac{1}{4\pi\rho\alpha^3} \frac{A^{FP}}{r} \times \frac{dM_0(t - \frac{r}{\alpha})}{dt}$$

La transformée de Fourier de cette expression,  $\tilde{U}$ , s'écrit :

$$\tilde{U}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cdot e^{-i\omega t} \cdot dt$$

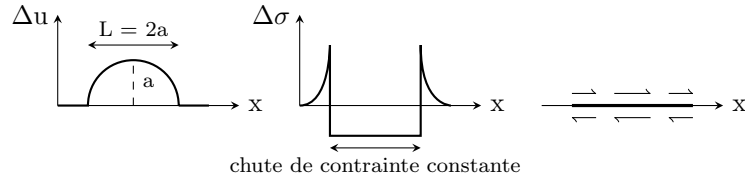
On peut donc déduire  $M_0$  du spectre des ondes P, puisque :

$$\tilde{U}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cdot dt = \frac{1}{4\pi\rho\alpha^3} \times \frac{A^{FP}}{r} \times M_0$$

### Modèle de dislocation

- Les failles sismiques ont des dimensions finies.  
De quelques  $\mu\text{m}$  (micro-fissures en laboratoire) à plusieurs milliers de km (limites de plaques).

- Le glissement  $\Delta u$  entre les blocs de part et d'autre de la faille y est variable d'un point à un autre de leur surface.
- Un modèle de glissement simple est celui d'une rupture circulaire.



### Modèle de dislocation circulaire

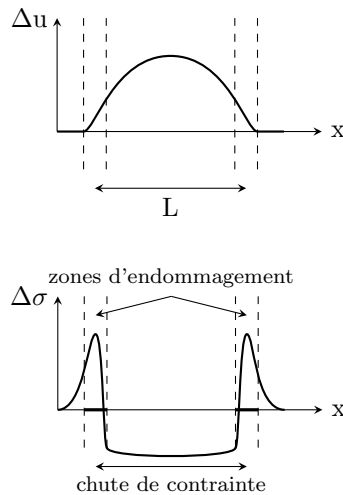
Le modèle de dislocation circulaire implique :

$$\Delta u = \sqrt{a^2 - x^2} \propto L$$

$$S \propto L^2$$

$$M \propto L^3$$

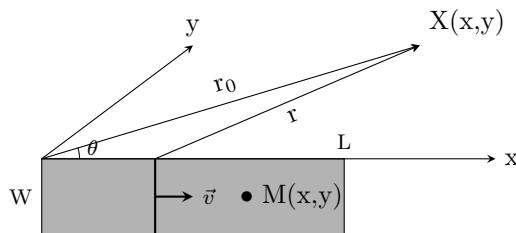
### Modèle de dislocation plus réaliste



### Modèle de dislocation rectangulaire

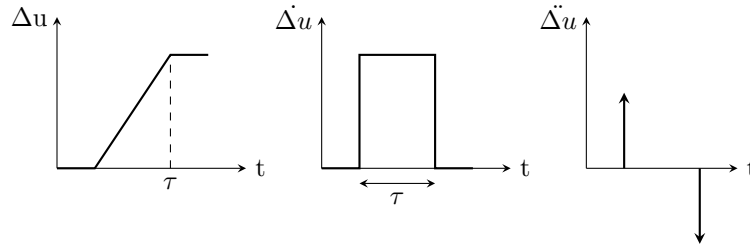
#### Modèle d'Haskell

Modèle de dislocation sur une faille rectangulaire de longueur  $L$ , de largeur  $W$ , à glissement constant unidirectionnel selon  $L$ ,  $\Delta u$ . Le front de rupture est une ligne qui balaie la longueur de la faille à vitesse constante  $v$ . On considère le milieu comme homogène et infini.



### Modèle de glissement

Le décours du glissement peut être modélisé de manière assez réaliste par une « fonction rampe » (fonction de Heaviside,  $H(t)$ ).



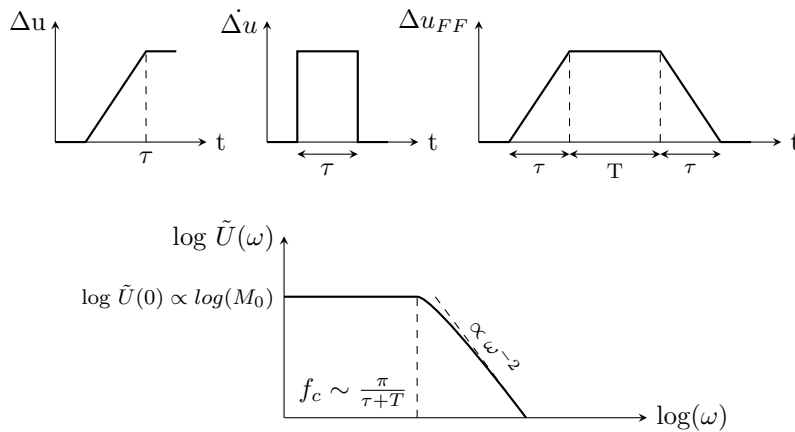
$$\Delta u(t) = \Delta u \times H(t)$$

$$\Delta u(t) = \Delta u \times \frac{t}{\tau}, \quad 0 \leq t \leq \tau$$

$$\Delta u(t) = \Delta u, \quad t > \tau$$

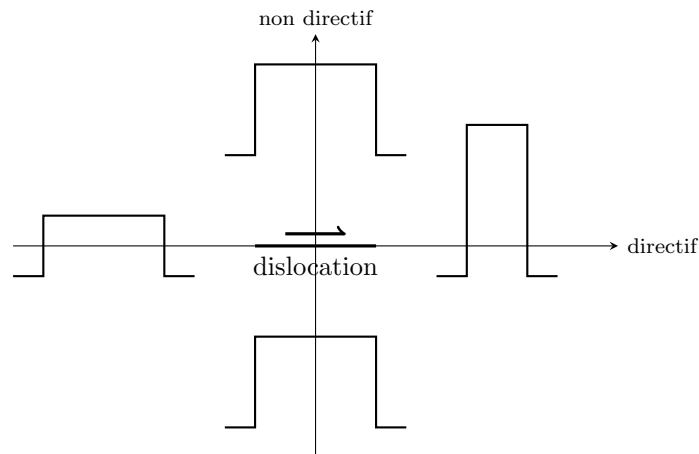
### Modèle de glissement et spectre en fréquence

Une vitesse de glissement  $\dot{\Delta}u$  en fonction porte produit un déplacement en champ lointain  $\Delta u_{FF}$  trapézoïdal et un spectre en fréquence en plat et rampe.



### Directivité du rayonnement

Exemple d'un rayonnement idéalisé  $\Delta u$  en fonction porte.



## 2.2 Mécanismes au foyer

### Sphère focale

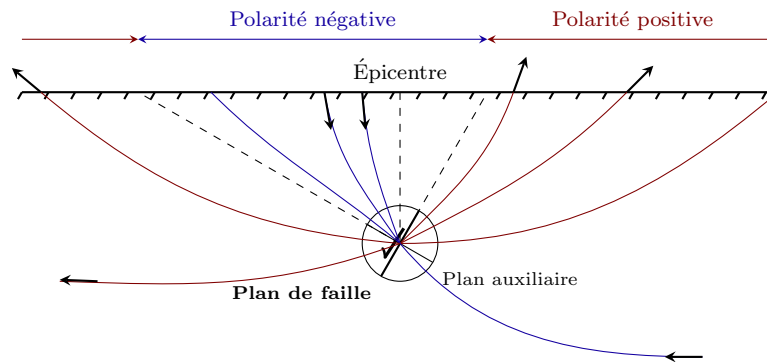
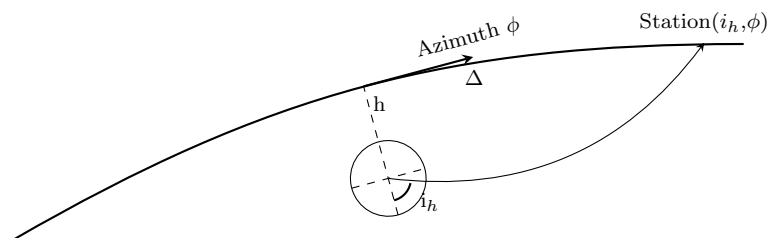


Schéma 2D du foyer sismique et des quadrants compressifs et extensifs.

### Détermination des mécanismes au foyer : télé-séismes



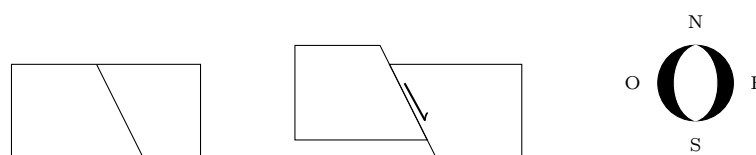
Pour un milieu sphérique, de vitesse d'ondes P  $v_h$  à l'hypocentre (en posant  $r_h = R - h$ ,  $R$  le rayon terrestre) :

$$\sin(i_h) = \frac{v_h}{r_h} \cdot \frac{dt}{d\Delta}$$

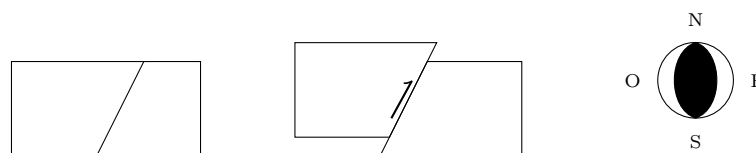
En supposant une structure de vitesses des ondes P et une valeur de  $v_h$ , on calcule  $i_h$  à partir des temps de trajet  $t(\Delta)$ .

### Failles normales et inverses

– Faille normale



– Faille inverse

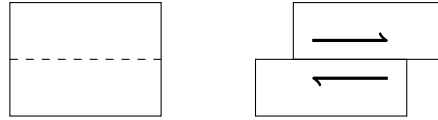


### Failles décrochantes

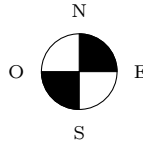
– Vue verticale, de profil :



– Vue du haut :



– Sphère focale :



## 2.3 Magnitudes et caractéristiques des séismes

### Les définitions de la magnitude

- *Magnitude locale*,  $M_L$  : définie par l'amplitude maximale des ondes mesurée en  $\mu\text{m}$  sur un sismographe de Wood-Anderson (période propre 0,8 s ; amplification 2800), à 100 km de l'épicentre.
- *Magnitude des ondes de volume*,  $m_b$  : définie à partir de l'amplitude et de la période caractéristique des ondes P ou S autour de 1 Hz.
- *Magnitude des ondes de surface*,  $M_s$  : définie à partir de l'amplitude maximale des ondes de Rayleigh.
- *Magnitude de moment*,  $M_w$  : définie à partir du moment sismique  $M_0$  [Kanamori, 1977].

$$M_w = \frac{2}{3} \times \log_{10}(M_0) - 10,7$$

### Utilisation des différentes magnitudes

Les magnitudes  $M_L$ ,  $m_b$  et  $M_s$  étant calculées à partir de certaines gammes d'ondes, elles ne sont plus valables pour les plus gros séismes, qui ne peuvent plus être considérés comme instantanés et très localisés. Une part importante de l'énergie est dissipée par des ondes de basses fréquences (Le spectre d'amplitude du déplacement s'étale vers les basses fréquences).

⇒ Ces magnitudes « saturent ».

$m_b$  mesure bien l'ampleur des « petits » séismes ( $M_w \leq 6,5$ ),  $M_s$  celles des « gros » séismes ( $6,5 \leq M_w \leq 8$ ).

### Énergie dégagée par un séisme

- Soient  $\sigma_0$  la contrainte *avant* le séisme ;  $\sigma_1$  la contrainte résiduelle *après* le séisme ;
- $\bar{\sigma} = \frac{1}{2} \times (\sigma_0 + \sigma_1)$ , la contrainte moyenne ;
- $\Delta\sigma = \sigma_0 - \sigma_1$ , la chute de contraintes ;
- $\bar{\Delta}u$  le glissement moyen sur la faille ;
- L'énergie d'un séisme peut s'écrire :

$$E = \bar{\sigma} \times \bar{\Delta}u \times S$$

$$E = \frac{\bar{\sigma}}{\mu} \times M_0$$

- Si  $\sigma_1 = 0$ ,  $\Delta\sigma = 2 \times \bar{\sigma}$  et  $E = \frac{\Delta\sigma}{2\mu} \times M_0$ .

### Énergie, moment sismique et échelles des failles

- La chute de contrainte lors d'un séisme est proportionnelle à la déformation de la faille.

$$\Delta\sigma = k \times \mu \times \frac{\Delta u}{L}$$

Avec  $k$  une constante,  $L$  une dimension caractéristique de la dislocation (le rayon  $a$  pour une dislocation circulaire).

- Puisque  $M_0 = \mu \times S \times \Delta u$  et  $S \sim L^2$ ,  $S \times L \sim S^{3/2}$  :

$$M_0 \sim \frac{S^{3/2}}{k} \times \Delta\sigma$$

$$\log_{10}(M_0) \sim \frac{3}{2} \times \log_{10}(S) + \log_{10}\left(\frac{\Delta\sigma}{k}\right)$$

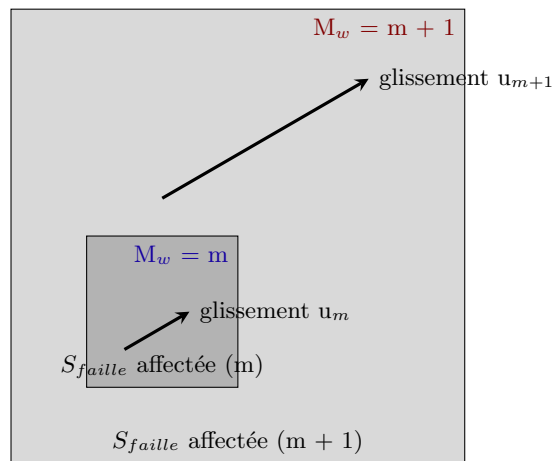
- Empiriquement,  $\Delta\sigma$  est  $\sim$ constant pour une large gamme de magnitudes. Donc  $M_0 \propto S^{3/2}$ .

### Magnitudes et caractéristiques des failles

$M_w$	$M_0$ (Nm)	Longueur (km)	Durée(s)	Glissement (m)
10	$10^{24}$	1000 ?	300 ?	100 ?
9	$3.10^{22}$	300	100	30
8	$10^{21}$	100	30	10
7	$3.10^{19}$	30	10	3
6	$10^{18}$	10	3	1

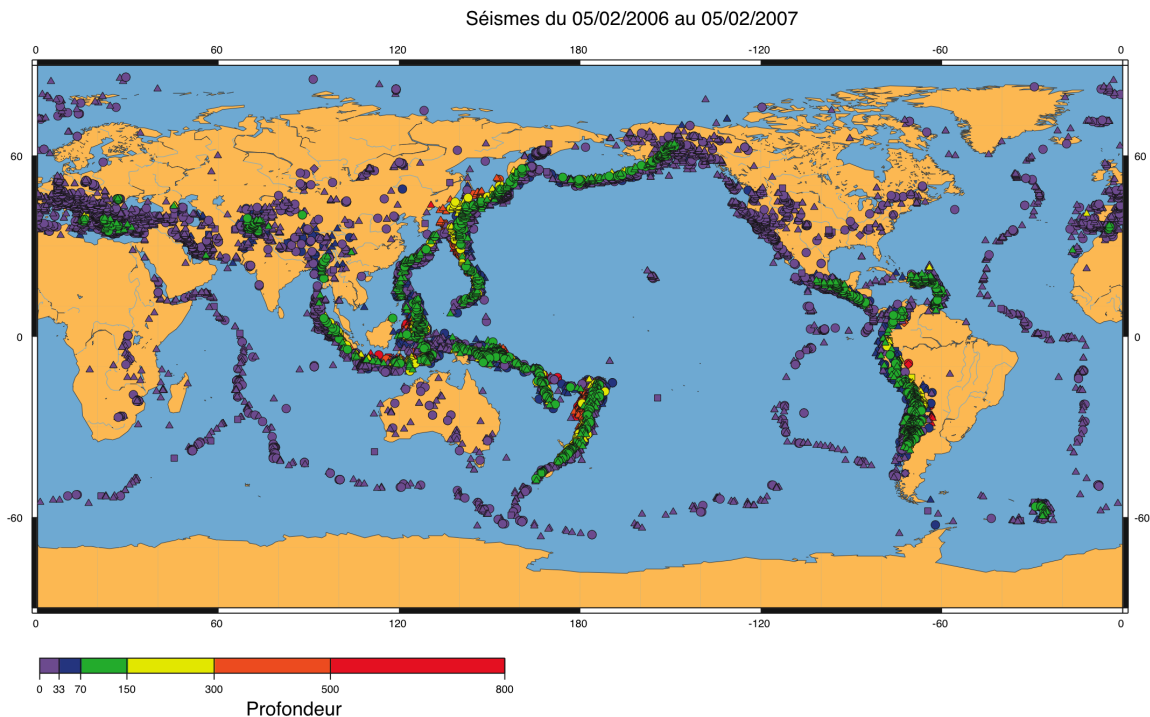
Relations d'échelle entre magnitude, moment sismique, longueur de la faille, durée du séisme et longueur du glissement.

### Magnitude et échelle des failles



### 3 Sismicité

#### Sismicité mondiale sur un an



#### 3.1 Lois de Gutenberg-Richter

##### Loi de Gutenberg-Richter (LGR)

###### Énoncé

Le nombre  $N$  de séismes de magnitude  $m$  supérieure ou égale à une valeur  $M$  décroît exponentiellement avec  $M$ .

$$\log_{10}[N(m \geq M)] = a - b \times M$$

Où  $a$  et  $b$  sont des constantes, et  $b \approx 1$ .

[Gutenberg et Richter, 1949]

##### Magnitude de moment, moment sismique et LGR

– Magnitude de moment,  $M_w$  :

$$M_w = \frac{2}{3} \times \log_{10}(M_0) - 10,7$$

– LGR :

$$\log_{10}[N(m \geq M)] = a - b \times M$$

– Donc :

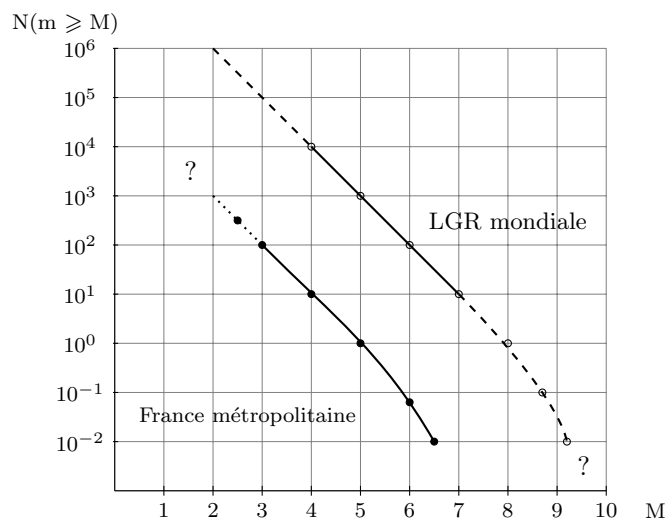
$$\log_{10}[N(\text{moment} \geq M_0)] = A - \frac{2b}{3} \times \log_{10}(M_0)$$

$$N(\text{moment} \geq M_0) = 10^A \times M_0^{-\frac{2b}{3}}$$

– Et en dérivant :

$$\frac{d[N(\text{moment} \geq M_0)]}{dM_0} \sim -\frac{2b}{3} \times M_0^{-\frac{2b}{3}-1}$$

## Loi de Gutenberg-Richter mondiale et locale



### Causes possibles de la LGR

Deux explications complémentaires sont proposées :

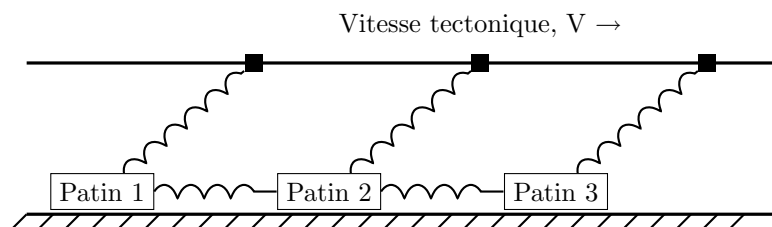
- une loi d'échelle et un caractère fractal de la taille des failles dans une région.

$$n_{grandes\ failles} < n_{failles\ moyennes} < n_{petites\ failles}$$

- Explication insuffisante : les séismes survenant sur une grande faille suivent aussi une loi de Gutenberg-Richter.
- Une interaction entre différents segments de faille susceptibles de glisser.
- Cette interprétation est modélisée analogiquement par le montage « patins - ressorts ».

$$p(nb_{segments\ actifs} \geq n) \propto n^{-1}$$

### Modèle « patins et ressorts »



Sol = Surface de faille

- Les ressorts entre patins et barre mobile modélisent la *déformation tectonique régionale* ;
- Les ressorts inter-patins simulent les *interactions* entre segments de faille.

### Troncature de la LGR

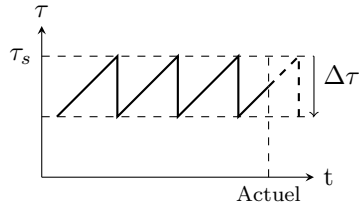
- On ne connaît pas de séisme de  $M_w > 9,5$
- La France métropolitaine n'a pas connu de séisme de  $M_w > 6,5$ .
- La LGR est donc *tronquée* aux grandes magnitudes.
- La troncature de la LGR mondiale est attendue du fait des dimensions finies de la partie cassante de la croûte. Quelle est alors la magnitude maximale possible : 10,11 ?
- Pour la France métropolitaine, la troncature plus basse pourrait s'expliquer par une « cicatrisation » des failles (cimentation), permise par le temps de récurrence très long entre deux glissements.
- La LGR doit avoir une limite inférieure, le glissement restant supérieur à la distance entre deux atomes. Mais la détection des séismes de  $M_w \leq 1$  et des petites failles est difficile.



### 3.2 Distribution temporelle

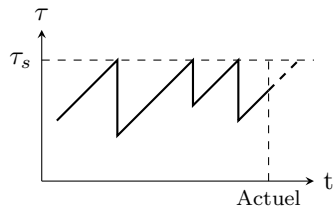
#### Modèles de cycle sismique

- Contrainte-seuil et chute de contrainte constantes :



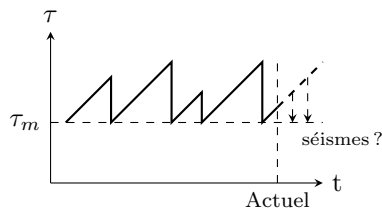
- Date du prochain séisme : prédictible
- Magnitude : prédictible

- Contrainte-seuil constante, chute de contrainte variable :



- Date du prochain séisme : prédictible
- Magnitude ( $\propto \Delta\tau$ ) : inconnue

- Contrainte-seuil variable, contrainte minimale constante :



- Date du prochain séisme : inconnue *à priori*.
- Magnitude : calculable en fonction de la date *hypothétique* du séisme.

#### Modèle de distribution poissonien

Sur une grande région, affectée de nombreuses failles actives et observée sur une période relativement courte, les séismes sont des événements indépendants, survenant avec un intervalle de temps moyen  $T_0$  entre deux séismes.

La date d'un séisme peut être considérée comme une variable aléatoire obéissant à une *loi de Poisson*. Soit  $T$  l'intervalle de temps entre deux séismes.  $E(T) = T_0$ .

Si  $\lambda = T/T_0$  représente le nombre moyen de séismes survenus pendant l'intervalle de temps  $t$ , la probabilité que  $n$  séismes surviennent pendant  $T$  s'écrit :

$$p(n) = \frac{\lambda^n \times e^{-\lambda}}{n!}$$

$$p(1) = \frac{T}{T_0} \times e^{-\frac{T}{T_0}}$$

#### Répliques

##### Loi d'Omori [Omori, 1894 ; Utsu, 1960]

Le nombre  $N(t)$  de séismes après un choc principal survenu à  $t = 0$  décroît en loi puissance de  $t$ .

$$N(t) = \frac{K}{(t + c)^\theta}$$

Avec  $K$ ,  $c$  et  $\theta$  des constantes, et  $\theta \approx 1$ .

Le nombre de ces *répliques* (*aftershock*) déclenchées par un séisme de magnitude  $M_1$ ,  $n(M_1)$ , vaut empiriquement :

$$n(M_1) = k \times 10^{\alpha \times M_1}$$

Avec  $\alpha \sim 1$ .

### Magnitudes des répliques

- Les répliques suivent elles-mêmes la loi de Gutenberg-Richter, donc :

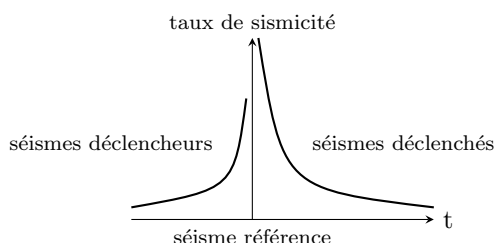
$$N(m \geq M) = k \times 10^{\alpha \times M_1} \times 10^{a-b \times M}$$

Avec  $N(m \geq M)$  le nombre de *répliques* de magnitudes supérieures ou égales à  $M$ .

- Empiriquement, en moyenne, un séisme de magnitude  $M_1$  est suivi d'**une** réplique de magnitude  $M_1 - 1$ .
- Inversement, un séisme de magnitude  $M_1$  a **une chance sur 10** d'être suivi d'**une** réplique de magnitude  $M_1 + 1$ . Le premier séisme est alors un *précurseur* de la réplique, qui devient le séisme principal.

### Précurseurs

- Si les séismes en déclenchent d'autres, le nombre de secousses *avant* un séisme donné à  $t = t_0$  doit augmenter quand  $t \rightarrow t_0$ .
- La statistique montre que les précurseurs d'un séisme suivent une *loi d'Omori inverse*, croissant en  $\frac{1}{t}$ .
- Cette loi correspond à une influence en loi d'Omori directe (en  $\frac{1}{t}$ ) des précurseurs sur leur voisinage.



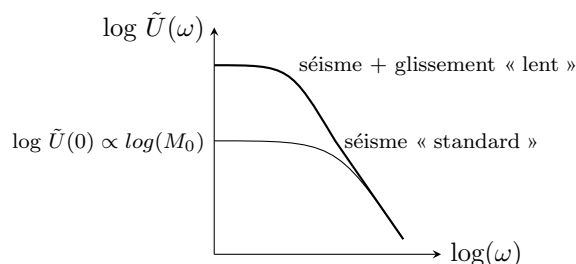
## 3.3 Glissements asismiques

### Fluage asismique

- Les parties profondes des grandes failles, situées dans les régions ductiles de la croûte, fluent, alors que la partie superficielle de la faille, en domaine cassant, est bloquée.
- Même en domaine cassant, certaines failles ou portions de faille glissent sans sismicité (*fluage*).
- Ce fluage peut être permanent ou transitoire.
- Un séisme sur ces failles représente alors une accélération brutale du glissement.
- Certains séismes s'accompagnent d'un glissement transitoire asismique (« transitoire »).
- *L'énergie totale ainsi libérée équivaut alors à un séisme de magnitude supérieure à celle du séisme enregistré.*

### Séisme et glissement lent

- Certains séismes présentent un spectre « anormal », avec un contenu en basses fréquences supérieur à ce que qu'indique leur magnitude.
- Le séisme s'est donc accompagné d'un glissement plus lent sur la faille, au voisinage de la zone de rupture, générateur de basse fréquence.



## Références

- [1] Udías Agustín, *Principles of Seismology*. Cambridge University Press, 1999
- [2] Bernard P., Madariaga R. *et coll.*, cours de Master 2 « Sciences de la Terre et des Planètes » (STEP), Institut de Physique du Globe de Paris, 2006.
- [3] Montagner Jean-Paul, *Sismologie. La musique de la Terre*, Hachette Supérieur, collection *Les Fondamentaux*, 1997.